

מבוא לכלכלה

פרק 24 - משוואות סימולטניות

תוכן העניינים

- | | |
|----|------|
| 1. | כללי |
|----|------|

משוואות סימולטניות:

רקע:

עוסקوت בהפרת ההנחה של אי תלות בין המב"ת לטיעויות בניבוי: $\text{cov}(u, x) = 0$.

ה- X יס במשווה נחצבו משתנים אקסוגניים – משפיעים על Y אך לא מושפעים ממנו בחורה לעומת זאת משתנים אנדוגניים – משפיעים על Y אך גם מושפעים ממנו בחזרה. מאחר ומשתנים אלו הם גם מסבירים וגם מושבירים, הם נחצבים כמשתנים מקרים, המתואימים עם הטיעויות במודל: $\text{cov}(u, x) \neq 0$.

משוואות המבנה (משוואות סימולטניות):

מערכת משוואות הכוללת משתנים מסבירים אנדוגניים ואקסוגניים.

בד"כ מדובר בשתי משוואות אשר המשטנה המושבר בראשונה הוא משתנה מסביר בשנייה והמשטנה המושבר בשנייה הוא משתנה מסביר בראשונה.

משתנים המופיעים באחת המשוואות כמוסבירים ובאחרת כמושבירים הם משתנים אנדוגניים. יתר המשתנים במשוואות הם אקסוגניים.

המטרה היא לאמוד בצורה יعلاה את הפרמטרים (אלפות ובטות) ולבצע בדיקת השערות.

השלכות על אר"פ:

הנחה אי תלות בין המשתנה הב"ת והטיעויות שימשה אותנו להוכחת ליניאריות, חוסר הטיה ועקבות.

לכן הפרנה ממשעה פגיעה בכל תכונות אר"פ.

האומדים לא ליניארים, מוטים לא עקיבים וכן גם לא יעילים (לפי גaus מרקוב).

אומד השונות מותה גם הוא ובדיקת ההשערות לא תקפה (ללא תלות בגודל המדגם).

הצורה המוצמצמת של מודל עם משוואות סימולטניות:

משוואות הצורה המוצמצמת הן פתרון עבור המשתנים האנדוגניים במערכת:

הגדרת המשתנים האנדוגניים כפונקציה של המשתנים האקסוגניים במערכת בלבד.

מספר המשוואות המוצמצמות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת (במקרה זה שניים).

תכונות המשוואות מהצורה המוצומצת :

- מס' המשוואות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת ($X_1 - Y$).
- המשתנה המוסבר הוא אנדוגני וכל המסבירים אקסוגניים.
- המשתנים המסבירים הם זהים בכל המשוואות ($h - Z$ יטס).
- מכיוון שככל המשתנים המסבירים הם אקסוגניים ניתן לאמוד את הפרמטרים ($h - g$ ו- $h - u$) ב-OLS ולקבל אומדיים ליניאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים עם יכולת לבצע בדיקת השערות.

אםידת הפרמטרים של משוואות המבנה באמצעות המשוואות מהצורה המוצומצת :

משוואות הצורה המוצומצת מאפשרות לאמוד את הפרמטרים בשיטת OLS אבל אנחנו מעוניינים למעשה לאמוד את הפרמטרים של המשוואות המקוריות – מושוואות המבנה. מתוך הפרמטרים של הצורה המוצומצת נחלץ את הפרמטרים של משוואות המבנה.

בתהליך החילוץ של הפרמטרים המבנאים ייתכנו 3 מצבים :

1. אין זיהוי : לא ניתן לחלץ את הפרמטרים המבנאים מתוך הפרמטרים של הצורה המוצומצת.
2. זיהוי מדויק : יש רק דרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבנאים מהפרמטרים של הצורה המוצומצת.
3. זיהוי יתר : יש יותר דרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבנאים מתוך הפרמטרים של הצורה המוצומצת.

בכדי להקל על בעיית הזיהוי מומלץ לאמץ את הכלל הבא :
עבור כל אחת מהמשוואות המבניות יש לחשב :

1. $1 - g$: מס' אנדוגניים במשווהה הספציפית פחות 1
ולהשווות עם :

2. $K - k$: מספר אקסוגניים סה"כ בשתי המשוואות כולל חוטך (K)
פחות מספר אקסוגניים במשווהה הספציפית כולל חוטך (k).

אם $1 = 2$ זיהוי מדויק ; $1 > 2$ זיהוי יתר ; $1 < 2$ אין זיהוי.

שיטות לפתרון משוואות סימולטניות:

1. שיטת ריבועים פחותים עקיפה (ILS) :

- א. יש להציג את מערכת משוואות המבנה בצורתה המוצומצמת.
- ב. יש לאמוד בשיטת OLS את הפרמטרים של המשוואות בצורה המוצומצמת.
- ג. יש לחלץ מן הפרמטרים של המערכת המוצומצמת את הפרמטרים של הצורה המבנית.

משמעותו של תהליך החילוץ אינו לניארי האומדים המתקבלים הם מוטים אך עקיבים.

כאשר הזיהוי מדויק : האומדים יהיו גם אסימפטוטית ייעילים (במקרים גדולים).
כאשר הזיהוי הוא יתר : האומדים לא יהיו ייעילים.

2. שיטת ריבועים פחותים בשני שלבים (2SL2) :

- א. אמידת משוואות הצורה המוצומצמת בשיטת OLS ושימוש בתוצאות האמידה כדי לחשב את המשתנים האנדוגניים (המסבירים).
- ב. הצבת המשתנים האנדוגניים שהתקבלו במשוואות המבנה ואומדתם ב-OLS.

אם משוואות המבנה מזוהות בדיק או יתר – האומדים שיתקבלו יהיו אמינים מוטים אבל עקיבים ויעילים אסימפטוטית. האומדים שיתקבלו יהיו זהים לאומדים שהתקבלו בשיטת הריבועים הפחותים העקיפה.

כאשר אין זיהוי : אין אקסוגניים ולכן אין משתנים מסבירים בצורה המוצומצמת או של האקסוגניים בצורה המוצומצמת כבר קיימים במשווהה המקורית ולכן החלפת x ב- \hat{x} תיצור בעיה של מולטיקובלייניאריות מלאה.

3. שיטת משתני העזר (IV) :

משתנה עזר הוא משתנה שיחליף את המשתנה המסביר האנדוגני במשוואת המבנה ויעזר לאמוד את הקשר בין לבין התלו.
משתנה העזר צריך להיות :

- א. משתנה אקסוגני או פונקציה לניארית של משתנים אקסוגניים : $\text{cov}(Z,u) = 0$
- ב. מתואם עם המשתנה האנדוגני אותו הוא מחליף : $\text{cov}(Z,X) \neq 0$.

כל שהמתאים גבוח יותר, האומד שיתקבל באמצעותו יהיה טוב יותר.

הבעיה : אומדני OLS שיתקבלו יהיו מוטים, לא עקיבים ולא ייעילים.

הפתרון בשיטת IV : אמידת ההשפעה של z על X עם משתנה אקסוגני שלא קיים במערכת שמתואם עם z (אותו הוא מחליף) אך לא עם u .

אם יש יותר ממשתנה עזר אחד המקיימים את התנאים הניל', האומדים שיתקבלו יהיו כולם מוטים אך עקיבים (ניתן להשתמש בהם בדוגמנים גדולים).
משתנה העזר היחיד שניב אומד עיל יהיה בעל המתאים הגבוה ביותר עם המשנה האנדוגני אותו הוא בא להחליפ. משתנה עזר זה יהיה אומדן לאנדוגני שהתקבל ממידת משווה הצורה המוצמצמת בשלב הראשון של 2SLS.

משתנה לא יוכל לשמש כמשנה עזר :
אם נסחטו מכילה רק שתיים אקזוגניות המצוויות במשוואת המבנה בה הוא משמש כמשנה עזר, שכן אז תיווצר בעיית מולטיקוליניאריות מלאה.
במילים אחרות, נסחת משתנה העזר צריכה להיות מורכבת מפחות משתנה אקזוגני אחד שלא מופיע במשווה כדי שהמשנה יוכל לשמש כמשנה עזר.

משתני עזר שונים יכולים להניב את אותם האומדים לפרמטרים :
נבדוק זאת בצורה הבאה : נחקק מהנוסחאות של משתני העזר את המשתנים האקסוגניים המופיעים במשווה. אם נשארנו עם שני ביוטים שהם מכפלה אחד של השני, יתקבלו אותם האומדים.

סיכום תוצאות אמידה של משוואות סימולטניות :

מס' האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות ותכונותיהם תלויים בזיהוי של המשווה :
אם המשווה לא מזוהה : לא ניתן להשתמש באף אחת מהשיטות.
כאשר המשווה מזוהה (בדיקות או ביתר) : האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות יהיו תמיד מוטים אך עקיבים.

תכונות הייעילות ומס' האומדים האפשרי מסוכמים בטבלה הבאה :

מזהה ביתר	מזהה בדיק	
יתכן יותר מאחד אחד לפרמטר לא יעילים	אומד אחד לפרמטר יעיל	שיטת ILS
אומדן אחד למשנה האנדוגני יעיל		שיטת 2SLS
אין סוף משתני עזר אם משתנה העזר זהה לאומדן לאנדוגני המתkeletal בשלב הראשון בשיטת – 2SLS הוא יהיה גם יעיל		שיטת IV

כאשר הזיהוי מדויק יתקבל אומו מוטה אך עקיב ויעיל בשלושת השיטות :
ILS, 2SLS ו-IV (במידה וממשנה העזר הוא, \hat{X} , בשלב הראשון של 2SLS).

משתנים בפיגור ומשוואות סימולטניות:

- אם X_t אקסוגני אז גם המשתנים בפיגור X_{t-p} בוודאות אקסוגניים.
- אם Y_t אנדוגני אז מעמדם של המשתנים בפיגור תלוי בקיומו של מתאים סדרתי:

 - אם יש מתאים סדרתי: $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t) \neq 0$, או Y_{t-1} אנדוגני.
 - אם אין מתאים סדרתי: $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t) = 0$, או Y_{t-1} אקסוגני.

מבחנים סטטיסטיים לבחינת אנדוגניות ולהזק משנה עזר:

מבחן האוזמן (Hausman Test) :

מבחן המשמש אותנו לבחינת אנדוגניות של משתנה מסוים.

- השלב הראשון לביצוע מבחן האוזמן הוא הרצת המשוואה המוצמצמת – כלומר, המשתנה שחודים שהוא אנדוגני כתלוי על כל האקסוגניים.
- מאמידה זו נשמר את סידרת השאריות הנאמדות (vhat).
- כעת נאמוד את המודל המקורי (משוואת המבנה) ונוסף לו את (vhat) כמשנה מסביר חדש.
- לפי תוצאות האמידה – אם המקדם של vhat מובהק נסיק כי המשתנה הוא אכן משתנה אנדוגני במודל.

מבחן להזק IV:

מבחן שמתבצע על המשוואה המוצמצמת שבה נעשה שימוש במשנה העזר.

בודקים :

- א. האם משתנה העזר לניבוי המשתנה התלוי מובהק באמצעות מבחן t למובהקות מקדים הרגרסיה. אם כן – ניתן להסיק כי המשתנה האקסוגני, המשמש כמשנה עזר, מתואם עם האנדוגני אותו הוא אמרור להחליף.
- ב. אולם במקרה שבו המשתני העזר חזקים מפסיק נבצע מבחן F למובהקות כל משתני העזר המוצעים במשוואה המוצמצמת. כלל אצבע-רך אם: $F_{stat} > 10$ נוכל להסיק כי המשתני העזר חזקים מפסיק בכך שנוכל לקבל תוצאות אמינות כאשר אנו משתמשים בהם.

שאלות:**זיהוי משוואות המבנה:**

- 1) חוקר רצה לאמוד את פונקציית הביקוש ואת פונקציית ההיצע לתות שדה. הוא אסף נתונים Über 30 תקופות:
 - מחיר קופסה בש"ח בתקופה t .
 - כמות נקנית בק"ג בתקופה t .
 - מחיר פרי תחלפי ב-₪ בתקופה t .
 - הכנסת הרכנים באלפי ₪ בתקופה t .
 - מחיר שעת עבודה ב-₪ בתקופה t .
- א. החוקר מניח שהכמויות המבוקשת היא פונקציה של מחיר התות שדה, של מחיר הפרי התחלפי ושל הכנסת הרכנים, והכמויות המוצעת היא פונקציה של מחיר התות שדה ושל מחיר העבודה.
 נסחו את המודל הסימולטני, תחת הננחה שהגמישויות קבועות.
 הציגו גם את תנאי הסדר וקבעו Über כל משווה אם היא מזוהה במדויק, ביותר או בחרס.
- ב. עיינו במודל 1 שבDİ הפלט (ראו סרטון) והשיבו: איזו פונקציה נאמדת, והאם תוצאות האמידה שהתקבלו מתאימות עם התיאוריה הכלכלית? נמקו.
- ג. עיינו בDİ הפלט המתאים (ראו סרטון) והשיבו: אם העלות של שעת עבודה עלה באחוז אחד, מהם השינויים הצפויים בכמות ובמחיר של שווי משקל?
- ד. בתקופה מסוימת אנו צופים שמחיר המוצר התחלפי יהיה 10 ₪, הכנסה תהיה 50 אלף ₪, מחיר שעת עבודה 25 ₪.
 מה יהיה מחיר שווי המשקל של תות השדה?
 האם ניתן גם לאמוד את כמות שווי המשקל?

להלן הפלטים:

Model 1: TSLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: I_Q

Instruments: I_L

VARIABLE	COEFFICIENT	STDError	T STAT	P-VALUE
const	-1.83485	1.14385	-1.604	0.10869
I_P	-1.34898	0.645690	-2.089	0.03669 **
I_Z	1.72145	0.467875	3.679	0.00023 ***
I_income	0.984145	0.483543	2.035	0.04182 **

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 2.67757

Standard error of residuals = 0.32091

Unadjusted R-squared = 0.222881

Adjusted R-squared = 0.133214

F-statistic (3, 26) = 2.48564 (p-value = 0.0829)

Model 3: OLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: I_Q

VARIABLE	COEFFICIENT	STDERROR	T STAT	P-VALUE
const	0.499595	0.630065	0.793	0.43500
I_L	-0.611731	0.163450	-3.743	0.00091 ***
I_income	0.395076	0.142590	2.771	0.01019 **
I_Z	0.937441	0.197381	4.749	0.00007 ***

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 0.834357

Standard error of residuals = 0.179139

Unadjusted R-squared = 0.681008

Adjusted R-squared = 0.644201

F-statistic (3, 26) = 18.5023 (p-value < 0.00001)

Log-likelihood = 11.1662

(Log-likelihood for Q = -75.1618)

Model 4: OLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: I_P

VARIABLE	COEFFICIENT	STDERROR	T STAT	P-VALUE
const	-1.73053	0.419481	-4.125	0.00034 ***
I_L	0.453478	0.108821	4.167	0.00030 ***
I_income	0.436678	0.0949326	4.600	0.00010 ***
I_Z	0.581185	0.131411	4.423	0.00015 ***

Mean of dependent variable = 2.99427

Standard deviation of dep. var. = 0.314761

Sum of squared residuals = 0.369832

Standard error of residuals = 0.119266

Unadjusted R-squared = 0.871281

Adjusted R-squared = 0.856428

F-statistic (3, 26) = 58.6632 (p-value < 0.00001)

Log-likelihood = 23.3704

(Log-likelihood for P = -66.4576)

שיטת ILS:

(2) נניח שאנו מתכוונים לאמוד את המשוואות :

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר :

C_t - הוצאות לצורוכת פרטית.

Y_t - הכנסה לאומית.

u_t - הפרעה אקראיית.

א. מהי הבעיה באמידת המשוואות בשיטת הריבועים הפחותים?

מהן תכונות אר"פ?

ב. האם המשוואות מזוהות?

ג. אמדו את מערכת המשוואות בצורתה המוצומצמת באופן ידני.

ד. מהו הפתרון של המשוואות המוצומצמות בשיטת ILS?

להלן תוצאות אמידת מערכת המשוואות בצורה המוצומצמת :

Dependent Variable: C**Parameter Estimates**

Variable	DF	Parameter	Standard	T for H0:	Prob> T
INTERCEP	1	14848.38	2568.8	5.78027	0.000
Z	1	-0.087066	0.3036	-0.2867	0.776

Dependent Variable: Y**Parameter Estimates**

Variable	DF	Parameter	Standard	T for H0:	Prob> T
INTERCEP	1	14848.38	2568.8	5.78027	0.0000
Z	1	0.912934	0.3036	3.00699	0.0049

ה. חשבו את האומדיים המבנאים.

שיטת 2SLS:

(3) תאר את תהליכי האמידה בשני שלבים (2SLS) של משוואות המבנה :

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר :

C_t - הוצאות לצורוכת פרטית.

Y_t - הכנסה לאומית.

u_t - הפרעה אקראיית.

א. מה ניתן יהיה לומר על האומדיים שהתקבלו בשיטה זו?

ב. מה יהיה ערכם של האומדיים $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$?

להלן תוצאות האמידה בשיטת 2 שלבים :

Dependent variable: C

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter	Standard	T for H0:	
		Estimate	Error	Parameter=0	Prob> T
INTERCEP	1	16264.47	8221.233	1.978349	0.0520
y	1	-0.095370	0.364274	-0.261808	0.7943

Dependent variable: Y

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter	Standard	T for H0:	
		Estimate	Error	Parameter=0	Prob> T
INTERCEP	1	-9.95E-09	3.52E-09	-2.828212	0.0062
C	1	1.00000	2.08E-13	4.80E+12	0.0000
Z	1	1.00000	1.99E-13	5.04E+12	0.0000

4) לפניך המודל הסימולטני הבא :

$$\cdot Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 Z_t + u_t \quad \text{משוואת הביקוש :}$$

$$\cdot Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 P_t + v_t \quad \text{משוואת ההיצע :}$$

P_t - מחיר המוצר בתקופה t .

Q_t^D - כמות מבוקשת בתקופה t .

Q_t^S - כמות מוצעת בתקופה t .

Z_t - מחיר המוצר התחלפי בתקופה t .

u_t הוא משתנה אקסוגני.

א. רשם את המשוואות המצוaczמות וקבע את התוכנות של אומדי OLS למשוואות אלה.

ב. היעזר בשיטת LSIL לאמידת הפרמטרים של המשווה שניתן לך, אם התקבלו המשוואות המצוaczמות הבאות :

$$\hat{Q}_t = 2 + 3Z_t$$

$$\hat{P}_t = 1 + 4Z_t$$

ג. באם ננסה לאמוד את משוואת הביקוש בשיטת TSLS :

האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשווה של השלב הראשון? נמק.

האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשווה של השלב השני? נמק.

ד. החוקר מנסה לאמוד את משוואת ההיצע בשיטת TSLS.

למה שווה האומדן שיתקבל ל- β_1 ?

שיטת IV:

5) נתונות המשוואות הבאות :

$$\cdot Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_t + \alpha_2 \cdot Z_{1t} + \alpha_3 \cdot Z_{2t} + \varepsilon_t \quad .1$$

$$\cdot X_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot Y_t + \beta_2 \cdot Z_{1t} + \omega_t \quad .2$$

נתון כי : X_t , T_t , Z_{1t} , Z_{2t} משתנים אנדוגניים ו- Z_{1t} , Z_{2t} משתנים אקסוגניים.

חו דעיכם על כל אחת מהטעונות הבאות, והסבירו :

א. ניתן להשתמש ב- Z_{1t} כמשתנה עוזר לאמידת משווה מס' 1.

ב. ניתן להשתמש ב- $\frac{Z_{1t} + Z_{2t}}{2}$ כמשתנה עוזר לאמידת משווה מס' 2.

ג. יתכו מספר אומדים עקיבים שונים זה מזו ל- β_2 במשווה מס' 2.

ד. שימוש ב- Z_{2t} כמשתנה עוזר לאמידת משווה מס' 2 יניב אומדים עקיבים וגם עילאים.

ה. משתנה העוזר $Z_{1t} + Z_{2t}$ יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

ו. משתנה העוזר $3Z_{1t} + 5Z_{2t}$ יניב אותם אומדים כמו משתנה העוזר בסעיף ד'.

ז. משתנה העוזר $7Z_{1t} + 5Z_{2t}$ יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

מבחן האזמן:

6) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלה לפיתוח פוליטי. לכל מדינה i נסמן ב- Y_i – את הרמה הנאמדת של הכנסה, נסמן ב- s_i את שיעור החיסכון במדינה i וב- D_i את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה ושיעור החיסכון על איתנות הממשלה דמוקרטי: $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \beta_3 s_i + \varepsilon_i$. אבל אתם חוששים ש- $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$. הסבירו כיצד תשתמשו ב- *Hausman Test* כדי לבדוק את ההשערה: $H_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$

מבחן לחזק IV:

7) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאות:

$$Y_{1i} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

$$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$

כאשר: X_1, X_2, X_3 הינם משתנים אקסוגניים.

להלן מערכת המשוואות של הצורה המוצומצת:

$$Y_{1i} = \pi_{11} X_{1i} + \pi_{12} X_{2i} + \pi_{13} X_{3i} + \tilde{u}_i$$

$$Y_{2i} = \pi_{21} X_{1i} + \pi_{22} X_{2i} + \pi_{23} X_{3i} + \tilde{v}_i$$

תארו כיצד בודקים ש- X_{1i} ו- X_{2i} אינם משתני עזר חלשים ל- Y_{1i} במשוואת השנייה?

תרגילים מסכמים:

1) נתונות המשוואות הבאות :

$$\cdot Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Z_{1t} + \alpha_3 Z_{2t} + \alpha_4 Z_{3t} + \alpha_5 Z_{4t} + u_t \quad .1$$

$$\cdot X_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Z_{1t} + \beta_3 Z_{2t} + \beta_4 Z_{5t} + v_t \quad .2$$

נתון כי : $\text{cov}(Z_j, u_t) = 0$ עבור $j = 1, \dots, 5$ (כלומר ה- Z ים אקסגוניים).

a. אמידת כל אחת מהמשוואות תניב אומדים :

ncor/לא ncor/לא ניתן לדעת.

i. מוטים

ncor/לא ncor/לא ניתן לדעת.

ii. עקיבים

מזהה בדיק/ מזהה ביתר/בלתי מזוהה

b. משווהה 1

מזהה בדיק/ מזהה ביתר/בלתי מזוהה

c. משווהה 2

g. חוויה דעתך על הטענות הבאות :

i. תוך שימוש בשיטת ILS

ניתן לאמוד את משווהה 1

ncor/לא ncor/לא ניתן לדעת

באופן עקיף וחד ערכי :

ii. תוך שימוש בשיטת ILS

ניתן לאמוד את משווהה 2

ncor/לא ncor/לא ניתן לדעת

באופן עקיף וחד ערכי :

d. משוואות הצורה המוצמצמת הן :

$$\cdot Y_t = \lambda_0 + \lambda_1 Z_{1t} + \lambda_2 Z_{2t} + \lambda_3 Z_{3t} + \lambda_4 Z_{4t} + \lambda_5 Z_{5t} + \varepsilon_{1t}$$

$$\cdot X_t = \mu_0 + \mu_1 t + \mu_2 Z_{2t} + \mu_3 Z_{3t} + \mu_4 Z_{4t} + \mu_5 Z_{5t} + \varepsilon_{2t}$$

ncor/לא ncor/לא ניתן לדעת.

h. אמידת משוואות הצורה המוצמצמת

ב-OLS תניב אומדים חסרי הטיה,

ncor/לא ncor/אי אפשר לדעת

עקיבים ויעילים :

i. להלן רשימה של משתני עזר פוטנציאליים :

. Z_5 .i

. $\frac{Z_1 + Z_5}{2}$.ii

. $2Z_1 + 3Z_2 + Z_3$.iii

. $Z_3 + Z_4$.iv

. $3Z_3 + 4Z_4$.v

. $3Z_3 + 3Z_4$.vi

. Z_1 .vii

עבור כל משתנה רשום באיזה משווהה ניתן להשתמש בו אם בכלל.

ז. איזה מבין משתני העזר הבאים יניבו את אותם האומדים עבור אותה המשוואה (תתכו יותר מתשובה אחת נכונה) :

- .i. ו-.ii.
- .vi-.iv .ii
- .vi-.v .iii
- .iv .v-.v.

ח. האם משתנה עזר Z_5 יניב אומדים יעילים?

ט. אם ידוע כי אין מתאם סדרתי, האם X_{t-1} , Y_{t-1} הם אנדוגנינים או אקסוגנינים?

י. האם הוספה של משתנה אקסוגני נוסף למשוואה 1 תנסה את הזיהוי של משוואה 2?

יא. האם הוספה של משתנה אקסוגני נוסף למשוואה 2 תנסה את הזיהוי של משוואה 1?

יב. הנח כי הוטלו המגבליות הבאות על הפרמטרים המבנינים: $\alpha_2 = \beta_2 = 0$. האם ניתן כעת לזהות את יתר הפרמטרים במודל?

(2) היצע העבודה של נשים נשואות היה נושא מרכזי במחקר הכלכלי.
לצורך אמידת היצע זה נבחר המודל הבא:

$$HOURS = \beta_1 + \beta_2 WAGE + \beta_3 EDUC + \beta_4 AGE + \beta_5 KIDS6 + \beta_6 KIDS618 + \beta_7 NWIFEINC + \epsilon$$

כאשר:

$HOURS$ - היצע העבודה בשעות.

$WAGE$ - שכר לשעה.

$EDUC$ - מספר שנות הלימוד.

AGE - גיל.

$KIDS6$ - מספר הילדים בבית מתחת לגיל 6.

$KIDS618$ - מספר הילדים בגיל 18-6.

$NWIFEINC$ - הכנסת משק הבית ממוקורות שאינן בעובודה של האישה.

א. מהם הסימנים שתצפו לקבל בכלל אחד מהמקדמים?

ב. הסבירו מדוע לא ניתן לאמוד את משוואת ההיצע הנ"ל בשיטת הריבועים הפחותים.

ג. הניחו כי אנחנו משתמשים בניסיון של האישה בשוק העבודה ($EXPER$) ובריבועו ($EXPER^2$) כמשתני עזר למשתנה $WAGE$. הסבירו מדוע משתני העזר הללו עונים על הדרישות שלנו ממשתני עזר.

ד. תארו את השלבים (לא בפקודות מחשב) שתבצעו כדי לקבל את האומדים בשיטת TSLS.

(3) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאה :

$$Y_{1t} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

$$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$

כאשר X_1, X_2, X_3 הינם משתנים אקסוגניים.

א. חלצו את מערכת המשוואות המצוומצמת (Reduced Form Equations) של Y_1 ו- Y_2 (ז"א פתרו את המערכת המבנית עבור שני המשתנים האנדוגניים Y_1 ו- Y_2 על מנת לקבל את הצורה המצוומצמת. כתבו את המקדים והshareיות במערכת המצוומצמת למטה כפונקציות של הפרמטרים והshareיות במערכת המבנית).

ב. הראו שההינטן אומדיים עקיבים ל- $\pi_{23}, \dots, \pi_{11}$ ניתן למצוא אומד עקיב ל- γ .

ג. האם γ ניתן ליזיהו כאשר $\beta_3 = 0$?

ד. אילו תנאים צריכים X_{1i} ו- X_{2i} קיימים בכך להיות משתני עזר ל- Y_{1i} במשואה השנייה?

ה. תארו כיצד בודקים ש- X_{1i} ו- X_{2i} אינם משתני עזר חלשים ל- Y_{1i} במשואה השנייה?

(4) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלת לפיתוח פוליטי. לכל מדינה i נסמן ב- Y_i את הרמה הנאמדת של ההכנסה וב- D_i את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה על מושל דמוקרטי: $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$, אבל אתם חוזשים ש- $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$.

א. הסבירו מדוע החשש שההכנסה מתואמת עם השגיאה במשואה הניל הגיוני?

ב. האם אומד הריבועים הפחותים של β_2 הינו חסר הטיה?

ג. נסמן ב- S_i את שיעור החיסכון במדינה i . הסבירו אלו תנאים צריכים לשמש כמשנה עזר (u_i)קיימים. נמקו מדוע S_i מתאים או לא מתאים לשמש כמשנה עזר.

ד. הסבירו כיצד תשתמשו בשיטת SLS 2 כדי לאמוד את β_2 . האם האומד המתתקבל עקיב?

ה. הסבירו כיצד תשתמשו ב- Hausman Test כדי לבדוק את ההשערה:

$$\text{H}_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$$

תשובות סופיות:

$$\ln Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 \ln P_t + \alpha_2 \ln Z_t + \alpha_3 \ln INCOME_t + u_t \quad (1)$$

$$\ln Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 \ln P_t + \beta_2 \ln L_t + v_t$$

$$Q_t^D = Q_t^S$$

משוואת הביקוש מזוהה במדויק.

משוואת ההיצע מזוהה ביותר.

ב. פונקציית הביקוש, התוצאות מתיישבות.

ג. הרכמות תרד ב-0.61173%, המחיר יעלה ב-0.453478%.

ד. $\hat{P} = 16.05$, $\hat{Q} = 9.34$.

- 2) א. רואו סרטון. ב. מזוהות בדיק.

$$\hat{\alpha} = 16,264.46, \hat{\beta} = -0.09537 \quad \text{ה. } \hat{\alpha} = \frac{\hat{\gamma}_0}{\hat{\gamma}_4} = \frac{\hat{\gamma}_3}{\hat{\gamma}_4}, \hat{\beta} = \frac{\hat{\gamma}_1}{\hat{\gamma}_4}$$

- 3) א. מוטים אך עקיפים ויעילים בדוגמים גדולים.

ב. $\hat{\beta} = -0.09537, \hat{\alpha} = 16,264.47$.

$$\text{BLUE}, Q_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\beta_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} \cdot Z_t + \frac{\beta_1 (u_t - v_t)}{\alpha_1 - \beta_1} + v_t \quad (4)$$

ג. שלב ראשון: ניתן, שלב שני: לא ניתן.

ב. $\hat{\beta}_0 = 1.25, \hat{\beta}_1 = 0.75$.

ד. 0.75.

- 5) א. לא נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. נכון. ה. נכון.

ו. נכון. ז. לא נכון.

6) רואו סרטון.

7) רואו סרטון.

תרגילים מסכימים:

- 1) א. נכון. ב. לא נכון.

ב. משווהה 1: מזוהה בדיק, משווהה 2: מזוהה ביותר.

ג. נכון. ב. לא נכון. ד. נכון. ה. נכון.

ו. נכון. ב. לא נכון. ד. נכון. ו. נכון.

ז. נכון. ב. נכון. ד. לא נכון. ו. לא נכון.

ח. נכון. ט. אקסוגניים. י. לא. ז. נכון.

יב. משווהה 1 מזוהה בדיק ומשווהה 2 מזוהה ביותר.

א. מקדם wage חיובי, מקדם educ לא ניתן לדעת, מקדם age יכול להיות חיובי

או שלילי, מקדם kids618 חיובי, מקדם kids16 שלילי, מקדם nwifeinc שלילי.

ב. רואו סרטון. ג. רואו סרטון.

$$\pi_{11} = \frac{\beta_1}{1 - \delta\gamma}, \pi_{12} = \frac{\beta_2}{1 - \delta\gamma}, \pi_{13} = \frac{\beta_3\gamma}{1 - \delta\gamma} \quad (3)$$

$$\pi_{21} = \frac{\beta_1\delta}{1 - \delta\gamma}, \pi_{22} = \frac{\beta_2\delta}{1 - \delta\gamma}, \pi_{23} = \frac{\beta_3}{1 - \delta\gamma}$$

- $$\cdot \tilde{u}_i = \frac{u_i + \gamma v_i}{1 - \delta\gamma} , \tilde{v}_i = \frac{v_i + \delta u_i}{1 - \delta\gamma}$$
- ב. מכיוון ש- $\gamma = \frac{\hat{\pi}_{13}}{\hat{\pi}_{23}}$, ניתן לקבל אומד עקיב ל- γ ע"י $\hat{\gamma} = \frac{\hat{\pi}_{13}}{\hat{\pi}_{23}}$.
- ג. לא. ד. צריכים להיות מתואימים עם y_{1i} ובלתי מתואמים עם v_i .
- ה. ראו סרטון.
- 4) א. טעות מדידה במשתנה המוסבר, משתנה מושמט, משוואות סימולטניות.
- ב. לא. ג. ראו סרטון. ד. עקיב. ה. ראו סרטון.